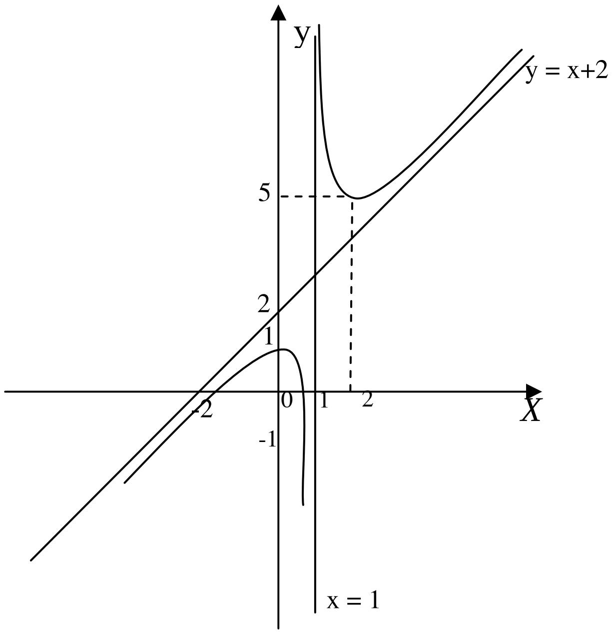
BỘ CÔNG NGHIỆP
Trường CĐ KTKT Công nghiệp II

ĐỀ CH□NH THỨC

ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH CAO ĐẲNG NĂM 2007
Môn thi : TOÁN , khối A
Thời gian làm bài : 180 phút, không kể thời gian phát đề

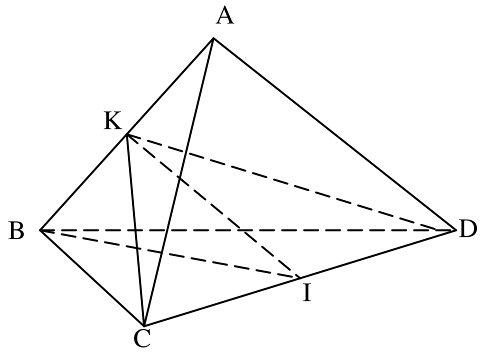
<table>
<tr><th>Câu</th><th>Ý</th><th>Nội dung</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>I</td><td></td><td>Cho hàm số : $y = \dfrac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ (1) , m là tham số.</td><td>2,00</td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Với $m = 1 \Rightarrow y = \dfrac{x^2 + mx - 1}{x - 1} = x + 2 + \dfrac{1}{x - 1}$
- MXD : $D = R \setminus \{1\}$;
- $y' = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$.
- $y' = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>• Tiệm cận :
- Tiệm cận đứng: $x = 1$
- Tiệm cận xiên: $y = x + 2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>• Bảng biến thiên:
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td>1</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$-\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>y</td><td></td><td></td><td>-1</td><td></td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td></td><td>$-\infty$</td><td></td><td></td><td>$-\infty$</td><td></td><td>5</td><td></td><td></td></tr>
</table>
• $y_{CĐ} = y(0) = 1$, $y_{CT} = y(2) = 5$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>-</td><td></td></tr>
</table>

		Đồ thị (C) :  	*0,25*
	2	Tìm m để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (1) tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8 (đơn vị diện tích).	
		$y = \dfrac{x^2 + mx - 1}{x - 1} = x + m + 1 + \dfrac{m}{x - 1}$ - Phương trình tiệm cận xiên $y = x + m + 1$ (d)	*0,25*
		(d) cắt trục hoành tại $P(-m-1,0)$ (d) cắt trục tung tại $Q(0,m+1)$	*0,25*
		Ta có $S_{\Delta OPQ} = \dfrac{1}{2}\|OP\|.\|OQ\| = 8$ $\Rightarrow \|-m-1\|\|m+1\| = 16$	*0,25*
		$\Rightarrow (m+1)^2 = 16$ $\Rightarrow m = 3 \vee m = -5$ Vậy với $m = 3 \vee m = -5$ thì yêu cầu bài toán được thỏa	*0,25*
II			**2,00**
	1	Giải phương trình : $sin^2 x + sin^2 2x = sin^2 3x + sin^2 4x$	
		$sin^2 x + sin^2 2x = sin^2 3x + sin^2 4x$ $\Leftrightarrow \dfrac{1-cos\,2x}{2} + \dfrac{1-cos\,4x}{2} = \dfrac{1-cos\,6x}{2} + \dfrac{1-cos\,8x}{2}$	*0,25*
		$\Leftrightarrow cos\,2x + cos\,4x = cos\,6x + cos\,8x$ $\Leftrightarrow 2\,cos\,3x\,cos\,x = 2\,cos\,7x\,cos\,x$ $\Leftrightarrow cos\,x(cos\,7x - cos\,3x) = 0$	*0,25*
		$\Leftrightarrow cos\,x = 0$ hay $cos7x - cos3x = 0$ $\Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ hay $7x = \pm 3x + l2\pi \quad k,l \in z$	*0,25*

		$\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ hay $x=\dfrac{l\pi}{5}$ hay $x=\dfrac{l\pi}{2}\quad k,l\in z$ $\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ hay $x=\dfrac{l\pi}{5}\quad k,l\in z$	*0,25*
	2	Giải bất phương trình : $\sqrt{3-x}-\sqrt{x+7}\le\sqrt{x+2}\quad(1)$	
		Điều kiện : $\begin{cases}3-x\ge 0\\ x+7\ge 0\\ x+2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow -2\le x\le 3$	*0,25*
		$(1)\Leftrightarrow\sqrt{3-x}\le\sqrt{x+2}+\sqrt{x+7}$ $\Leftrightarrow 3-x\le x+2+2\sqrt{(x+2)(x+7)}+x+7$	*0,25*
		$\Leftrightarrow 3(x+2)+2\sqrt{(x+2)(x+7)}\ge 0$ $\Leftrightarrow(\sqrt{x+2})(3\sqrt{x+2}+2\sqrt{x+7})\ge 0$	*0,25*
		Bất đẳng thức luôn đúng với mọi $-2\le x\le 3$ Vậy nghiệm của bất đẳng thức: $x\in[-2,3]$	*0,25*
III		Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng (Δ): $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$ và mặt phẳng *(P)* : $x+2z-7=0$.	**2,00**
	1	Xác định tọa độ giao điểm của (Δ) và *(P)*.	
		$(\Delta):\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$ Phương trình tham số của (Δ): $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+2t\\ z=3+3t\end{cases}$	*0,25*
		Giao điểm của (Δ) và mặt phẳng $(P): x+2z-7=0$ là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+2t\\ z=3+3t\\ x+2z-7=0\end{cases}$	*0,25*
		$\Rightarrow 1+t+2(3+3t)-7=0$ $\Rightarrow t=0$	*0,25*
		Vậy tọa độ giao điểm của (Δ) và (P) là $I(1,2,3)$	*0,25*
	2	Gọi (Δ') là hình chiếu vuông góc của (Δ) trên mặt phẳng *(P)*. Viết phương trình đường thẳng (Δ').	
		Đường thẳng (Δ') cần tìm là giao tuyến của mp *(P)* và mp *(Q)* chứa (Δ) và vuông góc với *(P)*	*0,25*
		Mặt phẳng *(Q)* chứa (Δ) và vuông góc với *(P)* nên có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta=(1,2,3)$ và $\vec{n}_p=(1,0,2)$ và đi qua điểm $A(1,2,3)\in(\Delta)$	*0,25*
		Suy ra vectơ pháp tuyến của (Q): $\vec{n}_Q=(4,1,-2)$	*0,25*

		Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 4(x-1)+1(y-2)-2(z-3)=0$ $\Rightarrow 4x+y-2z=0$ Do đó phương trình đường thẳng $(\Delta'): \begin{cases} x+2z-7=0 \\ 4x+y-2z=0 \end{cases}$	0,25
IV			**2,00**
	1	Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường : $x+y=0$, $x^2-2x+y=0$.	
		Phương trình hoành độ giao điểm giữa 2 đường $x+y=0$ và $x^2-2x+y=0$ là $2x-x^2=-x \Rightarrow x=0 \vee x=3$	0,25
		Diện tích cần tìm là $S=\int_0^3 \left\|2x-x^2-(-x)\right\|dx=\int_0^3\left\|3x-x^2\right\|dx$	0,25
		Ta có $\forall x\in[0,3] \Rightarrow 3x-x^2\geq 0$ Do đó $\mathrm{S}=\int_0^3(3x-x^2)dx$	0,25
		$=(\frac{3}{2}x^2-\frac{x^3}{3})\Big\|_0^3=\frac{9}{2}$ (đvdt)	0,25
	2	Cho 3 số dương *a, b, c*. Chứng minh rằng : $\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}\geq 6$.	
		Ta có $\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}=\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)$	0,25
		$\geq 2\sqrt{\frac{a}{c}.\frac{c}{a}}+2\sqrt{\frac{b}{c}.\frac{c}{b}}+2\sqrt{\frac{a}{b}.\frac{b}{a}}$	0,5
		$\geq 2+2+2=6$	0,25
V.a			**2,00**
	1	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): 3x+4y+5=0$ và $(d_2): 4x-3y-5=0$. Viết phương trình đường tròn có tâm nằm trên đường thẳng $(\Delta): x-6y-10=0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng (d_1) và (d_2).	
		Gọi $I(a,b)$ là tâm đường tròn cần tìm Do $I\in(\Delta)$ nên $a-6b-10=0 \Rightarrow a=6b+10$ (1)	0,25
		Đường tròn tâm $I(a,b)$, bán kính R tiếp xúc với (d_1), (d_2) nên $\begin{cases} d(I,d_1)=R \\ d(I,d_2)=R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\|3a+4b+5\|}{\sqrt{3^2+4^2}}=R \\ \frac{\|4a-3b-5\|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=R \end{cases}$	0,25

		$\Rightarrow \lvert 3a+4b+5\rvert = \lvert 4a-3b-5\rvert$ (2) Từ (1), (2) suy ra $\lvert 3(6b+10)+4b+5\rvert = \lvert 4(6b+10)-3b-5\rvert$ $\Rightarrow \lvert 22b+35\rvert = \lvert 21b+35\rvert$ $\Rightarrow$ $22b+35=21b+35$ hoặc $22b+35=-21b-35$ $\Rightarrow$ $b=0$ hoặc $b=-\dfrac{70}{43}$ $b=0 \Rightarrow a=10, R=7$ $b=-\dfrac{70}{43} \Rightarrow a=\dfrac{10}{43}, R=\dfrac{7}{43}$	*0,25*
		Vậy có hai đường tròn là: $(C_1): (x-10)^2+y^2=49$ $(C_2): \left(x-\dfrac{10}{43}\right)^2+\left(y+\dfrac{70}{43}\right)^2=\dfrac{49}{1849}$	*0,25*
	2	Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(x+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{15}$	
		$\left(x+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{15}=\left(x+x^{-\frac{1}{3}}\right)^{15}=\sum_{k=0}^{15}C_{15}^{k}x^{15-k}\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^{k}=\sum_{k=0}^{15}C_{15}^{k}x^{15-k-\frac{1}{3}k}$	*0,25*
		Ta có $15-k-\dfrac{1}{3}k=3 \Rightarrow k=9$	*0,25*
		Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_{15}^{9}=\dfrac{15!}{9!(15-9)!}=5005$	*0,5*
V.b			**2,00**
	1	Giải bất phương trình : $log_{\frac{1}{5}}\left(x^2-6x+8\right)+2log_5\left(x-4\right)<0$.	
		Điều kiện $\begin{cases} x^2-6x+8>0 \\ x-4>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<2 \text{ hay } x>4 \\ x>4 \end{cases} \Rightarrow x>4$	*0,25*
		Phương trình $\Leftrightarrow -\log_5(x^2-6x+8)+2\log_5(x-4)<0$ $\Leftrightarrow -log_5(x-2)(x-4)+2log_5(x-4)<0$ $\Leftrightarrow -\log_5(x-2)-log_5(x-4)+2\log_5(x-4)<0$ $\Leftrightarrow \log_5(x-4)<\log_5(x-2)$	*0,25*
		$\Leftrightarrow x-4<x-2$ $\Leftrightarrow -4<-2$	*0,25*
		Bất đẳng thức luôn đúng $\forall x>4$. Vậy nghiệm là : $x>4$	*0,25*
	2	Cho tứ diện ABCD có AB = BC = CA = AD = DB = $a\sqrt{2}$ và CD = $2a$. Chứng minh rằng AB vuông góc với CD, xác định đường vuông góc chung của AB, CD. Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. (1,00 điểm)	
		Ta có: $\left.\begin{matrix} DK \perp AB \\ CK \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \perp mp(CDK) \Rightarrow AB \perp CD$	*0,25*

		$\Rightarrow AB \perp KI$ Ta lại có $KC = KD$ vì chúng là chiều cao của hai tam giác bằng nhau. Do đó $IK \perp CD$ Vậy IK là đường vuông góc chung của AB và CD.	*0,25*
		Ta có ΔACD vuông tại A vì có $AC^2 + AD^2 = 2a^2 + 2a^2 = 4a^2 = CD^2$. ΔBCD vuông tại B vì có $BC^2 + BD^2 = 2a^2 + 2a^2 = 4a^2 = CD^2$	*0,25*
		Do đó $IB = IC = ID = IA = a$ Vậy trung điểm I của CD là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Hình vẽ:  	*0,25*